Vlastní stavy hybnosti a souřadnice v prostoru

$$\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle$$

$|p\rangle$ reprezentován $\quad \psi_p(x,t) = c_p\, e^{\frac{i}{\hbar}px - \frac{i}{\hbar}Et}$

$|p'\rangle \quad \rightarrow \quad \psi_{p'}(x,t) = c_{p'}\, e^{\frac{i}{\hbar}p'x - \frac{i}{\hbar}E't}$

$$\langle p|p'\rangle = 0 \quad \text{pro } p' \neq p$$

$$\hat{p} = \sum_n p_n |p_n\rangle\langle p_n| \longrightarrow \int dp\; p\, |p\rangle\langle p|$$

$$\hat{p}|p'\rangle = \int dp\; p\, |p\rangle \underbrace{\langle p|p'\rangle}_{\delta(p-p')} \overset{!}{=} p'|p'\rangle$$

Normalizace kontinuálních stavových relací je na Diracovu delta funkci

$$\langle p|p'\rangle = \delta_{pp'} \rightarrow \boxed{\langle p|p'\rangle = \delta(p-p')}$$

Tyto vlastnosti splňuje vlnová funkce

$$\langle p|p'\rangle = \int dx\; c_p^* c_{p'}\, e^{-\frac{i}{\hbar}px}\, e^{\frac{i}{\hbar}p'x}$$

$$= c_p^* c_p \int dx\; e^{\frac{i}{\hbar}(p'-p)x} = \hbar 2\pi\, c_p^* c_{p'} \cdot \delta(p-p')$$

$$= |c_p|^2\, 2\pi\hbar\, \delta(p-p')$$

$$\Rightarrow |c_p|^2 = \frac{1}{2\pi\hbar} \qquad \Rightarrow c_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

$$\boxed{\psi_p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\, e^{\frac{i}{\hbar}px - \frac{i}{\hbar}Et}}$$