Schrödingerův, Heisenbergův a Diracův obraz

Pochopitelně nemyslíme tenhle ↓ obraz

Kdo je kdo?

Vše co jsme doposud dělali byl Schrödingerův obraz

→ časový vývoj — kompletně ve stavovém vektoru

Schrödingerova rovnice $\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}\,|\psi(t)\rangle$

$$\boxed{|\psi(t)\rangle = U(t,t_0)\,|\psi(t_0)\rangle}$$

$$\boxed{\langle A(t)\rangle = \langle\psi(t)|\,\hat{A}\,|\psi(t)\rangle}$$

Operátory – většinou časově nezávislé

Střední očekávané hodnoty

$$\langle A(t)\rangle = \langle\psi(t_0)|\underbrace{U^\dagger(t,t_0)\,\hat{A}\,U(t,t_0)}_{\hat{A}(t)}|\psi(t_0)\rangle$$

Definujeme $\hat{A}(t) = U^\dagger(t,t_0)\,\hat{A}\,U(t,t_0)$

stav zůstává neměnný – $|\psi(t_0)\rangle$

parametrická závislost

$$\langle A(t)\rangle = \langle\psi(t_0)|\,\hat{A}(t)\,|\psi(t_0)\rangle$$

Heisenbergův obraz: vyvíjejí se operátory, stav je konstantní

Jaké pohybové rovnice splňují operátory

$$\frac{\partial}{\partial t} U(t,t_0) = -\frac{i}{\hbar} H\, U(t,t_0)$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\hat{A}(t)} = \left(\frac{\partial}{\partial t} U^{+}(t,t_0)\right)\hat{A}\, U(t,t_0) + U^{+}(t,t_0)\,\hat{A}\,\frac{\partial}{\partial t} U(t,t_0)$$

$$= \frac{i}{\hbar}\left(\hat{H}\hat{A}(t) - \hat{A}(t)\hat{H}\right) = \boxed{\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H},\hat{A}(t)\right]}$$

Počáteční podmínka $\boxed{\hat{A}(t_0) = \hat{A}}$

Diracův / interakční obraz

$$H = H_0 + H_i \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}(H_0 + H_i)|\psi(t)\rangle$$

$$U_0(t,t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}H_0(t-t_0)}$$

stavový vektor v interakčním obraze

$$\boxed{|\psi^{(I)}(t)\rangle = U_0^{+}(t,t_0)\,|\psi(t)\rangle}$$

Pohybová rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi^{(I)}(t)\rangle = \left(\frac{\partial}{\partial t} U_0^{+}(t,t_0)\right)|\psi(t)\rangle + U_0^{+}(t,t_0)\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle$$

$$+\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 U_0^{+}(t,t_0)$$

Schrödingerova rovnice

$$= \frac{i}{\hbar}\hat{H}_0|\psi^{(I)}(t)\rangle - \frac{i}{\hbar}\hat{H}_0|\psi^{(I)}(t)\rangle - \frac{i}{\hbar}U_0^{+}(t,t_0)\hat{H}_i|\psi(t)\rangle$$

$$U_0(t,t_0)\,U_0^{+}(t,t_0) = 1$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|\Psi^{(I)}(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}\underbrace{U_0^{+}(t,t_0)\hat{H}_i U_0(t,t_0)}_{\hat{H}_i^{(I)}(t)}|\Psi^{(I)}(t)\rangle$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}|\Psi^{(I)}(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}_i^{(I)}(t)|\Psi^{(I)}(t)\rangle}$$

stavový vektor

$$|\Psi^{(I)}(t)\rangle = U_0^{+}(t,t_0)|\Psi(t)\rangle$$

operátor

$$\hat{A}^{(I)}(t) = U_0^{+}(t,t_0)\hat{A}\,U_0(t,t_0)$$

unitární transformace mezi obrazy

H. $\quad \hat{A}, |\Psi(t)\rangle \longrightarrow$

$$\hat{A}(t) = U^{+}(t,t_0)\hat{A}\,U(t,t_0)$$
$$|\Psi(t_0)\rangle = U^{+}(t,t_0)|\Psi(t)\rangle = |\Psi(t_0)\rangle$$

D./I. $\quad \hat{A}, |\Psi(t)\rangle \longrightarrow$

$$\hat{A}^{(I)}(t) = U_0^{+}(t,t_0)\hat{A}\,U_0(t,t_0)$$
$$|\Psi^{(I)}(t)\rangle = U_0^{+}(t,t_0)|\Psi(t)\rangle$$