Kolektivní stavy atomů a molekul

1 mód světla

$$H_{sv} = \hbar\omega b^\dagger b$$

2-hladinový atom

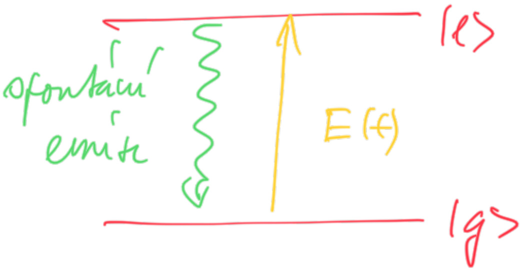
$$H_{atom} = \varepsilon_g |g\rangle\langle g| + \varepsilon_e |e\rangle\langle e|$$

Dipólová interakce

$$H_I = \varkappa d \left(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|\right)\left(b^\dagger + b\right)$$

semiklasický hamiltonián (pro excitaci)

$$H_{I,clas} = -\underline{\underline{d}}\left(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|\right)E(t)$$



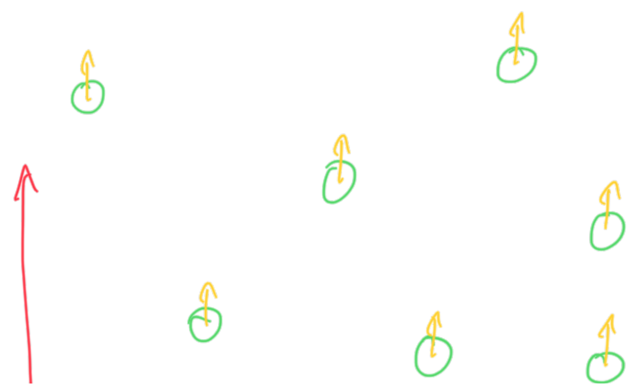
Doba života excitovaného stavu

$$\frac{1}{\tau_e} \approx d^2$$

Případ mnoha dvouhladinových systémů

Skupina atomů na prostoru o „velikosti" $R \ll \lambda$

vlnová délka světla



Všechny atomy jsou excitovány současně

směr polarizace $\Rightarrow$ můžeme zanedbat ostatní složky operátoru přechodového dipólového momentu.

Kolektivní stavy sleepiny atomů

Hilbertův prostor $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \otimes \mathcal{H}_3 \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_N$

Základní stav

$$|0\rangle = |g_1\rangle|g_2\rangle \dots |g_N\rangle$$

Excitované stavy: resonanční interakce se světlem

$\rightarrow$ jednoexcitované stavy

$$|1\rangle = |e_1\rangle|g_2\rangle \dots |g_N\rangle$$
$$|2\rangle = |g_1\rangle|e_2\rangle \dots |g_N\rangle$$
$$\vdots$$

báze kolektivních stavů

$N+1$ ... celkem

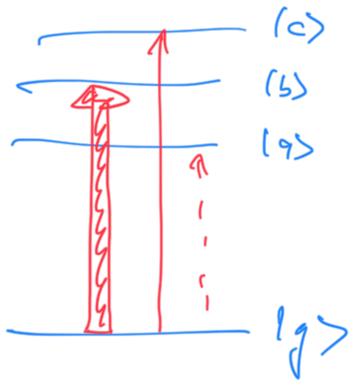
Hamiltonián:

$$H = N\varepsilon_g |0\rangle\langle 0| + \sum_n \left[(N-1)\varepsilon_g + \varepsilon\right] |n\rangle\langle n| + \mathcal{d} \sum_n \left(|n\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle n|\right) \times E(t)$$

$$\varepsilon_g = 0$$

$$H = \varepsilon \sum_{n=1}^{N} |n\rangle\langle n| + e d \sum_{n=1}^{N} \left(|n\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle n|\right) E(t)$$

Obecná úvaha o excitaci stavů



na síle přechodu $\sim d^2$ záření

populace stavu po excitaci

Pokud $d_{ag} = d_{cg} = 0 \Rightarrow$ všechno ve stavu $|b\rangle$

Jak bude vypadat stav systému N atomů po excitaci?

Kdybychom atomy mohli považovat za nezávislé

$\Rightarrow$ každý atom by byl excitován s pravděpodobností P

$\Rightarrow$ počet excitovaných atomů

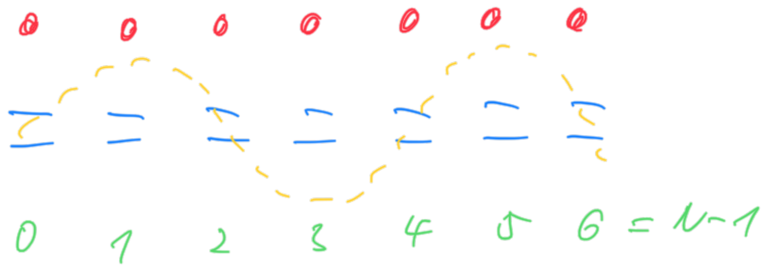
$$N_{ee}(0) = NP$$

$\Rightarrow$ počet atomů by ubýval v čase s dobou života τ_e $\left(\frac{1}{\tau_e} \sim d^2\right)$ jako:

$$N_{ee}(t) = N_{ee}(0)\, e^{-\frac{t}{\tau_e}}$$

Pokud jsou atomy excitovány současně, můžeme se ptát, do jakého stavu budou excitovány?

Řetízek atomů $\qquad N = 7$



Hamiltonián systému je diagonální i v jiné bázi než $\{|n\rangle\}$

Zkusme napsat:

$$|\tilde{k}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{i\frac{2\pi}{N}kn} |n\rangle$$

Tato báze (obdržená Fourierovou transformací) je také ortonormální

$$\langle \tilde{k} | \tilde{l} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{nm} e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} e^{i\frac{2\pi}{N}lm} \langle n | m \rangle \qquad \leftarrow \delta_{nm}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_n e^{-i\frac{2\pi}{N}(k-l)n}$$

je-li $k = l \quad \Rightarrow \quad \langle \tilde{k} | \tilde{l} \rangle = 1$

je-li $k \neq l \quad \Rightarrow \quad \langle \tilde{k} | \tilde{l} \rangle = 0$

Jak vypadají přechodové dipólové momenty do těchto stavů?

stav $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\varepsilon} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon n} |\tilde{\varepsilon}\rangle$

ověření:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\varepsilon} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon n} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m} e^{i\frac{2\pi}{N}\varepsilon m} |m\rangle$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{\varepsilon m} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon(n-m)} |m\rangle$$

$$= \begin{cases} \varepsilon \neq 0 & \begin{cases} n = m & \frac{1}{N}\sum_{\varepsilon>0} |n\rangle \\ n \neq m & \frac{1}{N}\sum_{m\neq n} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon(n-m)} |m\rangle \end{cases} \\ \varepsilon = 0 & \begin{cases} n = m & \frac{1}{N} |n\rangle \\ n \neq m & \frac{1}{N}\sum_{m\neq n} |m\rangle \end{cases} \end{cases}$$

$\frac{1}{N}\sum_{\varepsilon>0}|n\rangle + \frac{1}{N}|n\rangle = |n\rangle$

$\frac{1}{N}\sum_{m\neq n} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon(n-m)} |m\rangle + \frac{1}{N}\sum_{m\neq n}|m\rangle = 0$

$$\hat{\mu} = d \sum_{n} \left(|n\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle n| \right) =$$

$$= d \sum_{\varepsilon n} \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-i\frac{2\pi}{N}\varepsilon n} |\varepsilon\rangle\langle 0| + \dots$$

$$= \sum_{\varepsilon} \underbrace{\left(\sum_{n} \frac{d}{\sqrt{N}} e^{-i2\pi\varepsilon n} \right)}_{d_{\varepsilon 0}} |\tilde{\varepsilon}\rangle\langle 0| + \dots$$

$d_{\varepsilon 0} \longrightarrow$ kromě $\varepsilon = 0$ je $d_{\varepsilon 0} = 0$

Jediný dovolený stav pro přechod ze stavu $|0\rangle$ je $|\tilde{0}\rangle$

s dipólovým momentem $d_{\tilde{0}0} = \sqrt{N}\, d$!!!

Hamiltonián je diagonální ve stavech $\{|\tilde{E}\rangle\}$, takže systém zůstane ve stavu, do kterého byl excitován a bude vyzařovat svoji energii:

Doba života:
$$\boxed{\frac{1}{\tau_{\tilde{0}}} \propto d_{\tilde{0}0}^2 = N d^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\tau_{\tilde{0}}} = \frac{N}{\tau_e}}$$

$$\boxed{N(t) = N_{ex}(0)\, e^{-N \frac{t}{\tau_e}}}$$

Tomuto jevu se říká <u>Dickeho superradiance</u>

Proč je těžké pozorovat superradianci?

V důsledku dalších interakcí – fluktuují hladiny atomů

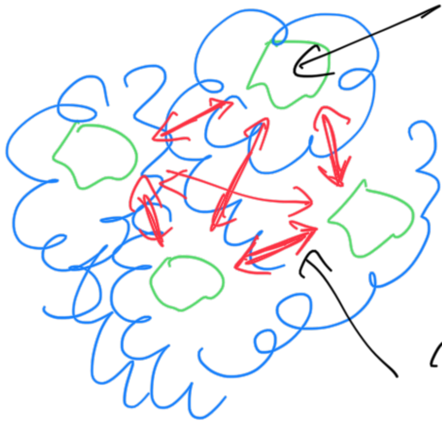
$|\tilde{0}\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ se rychle mění

$c_n = 1$, ale brzy se naberou fázové faktory

atomy nevyzařují kolektivně

⇒ rozpad superpozic v prostoru a přechod k nezářivým zářičům. → doba života se opět prodlouží!

Případ vázaných molekul



Hamiltonián:

$$H = \varepsilon_g |0\rangle\langle 0| + \sum_n \varepsilon_n |n\rangle\langle n| + \sum_{nm} J_{nm} |n\rangle\langle m|$$

Vlastní stavy: ← do těchto stavů excituje světlo

$$|\tilde{\varepsilon}\rangle = \sum_n c_n^{\varepsilon} |n\rangle$$

+ vyšší hladiny

pro $J_{nm} = 0$

+ vyšší hladiny

relaxace energie do nejnižšího superradiantního stavu

$J_{nm} \neq 0$ snížená degenerace

ten zůstává superradiantním!